

文章编号 1004-924X(2007)02-0283-06

# 粗光栅信号全数字化处理法实现高倍数细分

罗 华,高 山,李翔龙

(四川大学 制造科学与工程学院,四川 成都 610065)

**摘要:**针对在粗光栅软件细分中的信号误差影响细分数的问题,提出了按细分的主要误差来源分类进行数字滤波和补偿的全数字化处理法,以达到粗光栅高精度测量的要求。首先对光栅测量信号进行有针对性的数字滤波,使其波形接近于理想状态。然后根据误差来源进行数字补偿,通过对软件数字细分原理的分析,推导出了原始信号不正交、幅值不等、谐波失真等误差影响细分结果的表达式,并提出了与此相对应的数字补偿方法。最后用软件细分法对测量信号进行高倍数数字细分。滤波前后波形信号的仿真比较结果验证了基于严格线性相位的 FIR 数字带通滤波器可以有效地屏蔽光栅信号频谱中的高低频干扰和噪声。研究结果表明,在粗光栅满足一定质量的前提下,利用全数字化处理法能够满足 500 细分的精度要求。

**关 键 词:**粗光栅;细分;数字滤波;误差补偿

**中图分类号:**TH741.6 **文献标识码:**A

## Realization of high division number of coarse grating signals by fully digital processing method

LUO Hua, GAO Shan, LI Xiang-long

(School of Manufacture Science and Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

**Abstract:** To meet the requirement of high accuracy measurement in coarse grating system, a fully digital processing method is presented, which consists of digital filter, digital error compensation and software digital subdivision. Two signals are filtered by digital filter in order to get waveforms closed to the ideal state and then, by analyzing the software digital subdivision theory, the expressions are deduced to verify how errors influence on the subdivision result. The errors include quadrature phase shift error, unequal amplitude error, zero offsets and the third harmonic. As a result, corresponded digital compensation methods are proposed. Finally, digital subdivision is adopted to obtain high division number. Simulation is employed to validate that the FIR digital band pass filter based on strict linear phase can effectively shield the noises in both high and low frequency bands, which are involved in signal spectra of grating. Experiment results indicate that fully digital method can raise division number to 500 with the precondition of coarse grating quality.

**Key words:** coarse grating; subdivision; digital filtering; error compensation

收稿日期:2006-07-10;修订日期:2006-12-11.

基金项目:四川省应用基础研究基金(No. JH2006711165221);四川大学制造科学与工程学院青年基金资助项目

## 1 引言

粗光栅具有易于制造、低成本、高动态响应能力的特点。由于一方面粗光栅利用莫尔条纹的相互遮光效应进行工作,其线纹数通常在 100 以下;另一方面粗光栅位移系统的误差来源很多,其细分误差非常大<sup>[1]</sup>,所以其测量精度和分辨率一般都限制在微米级。采用高质量粗光栅产生的莫尔条纹信号进行高倍数电子细分,从而提高光栅测量精度和分辨率的方法,理论上是一种能实现粗光栅高精度测量的有效途径,已逐渐在国内外学术界引起了重视。

但是,在实际应用中由于粗光栅本身的分辨率仅为几十微米,因而后继的细分系统必须达到几百或上千以上,才能够实现如亚纳米或纳米级的高精度测量。按照直传式细分系统误差传递的原理,粗光栅系统的测量误差会成倍地传递到测量值,造成真实信号完全淹没。其结果是虽然分辨率计算值已经达到高精度级,但细分误差远超出了一个细分当量值,从而失去了实际精度意义。

为了解决这个问题,通常采用逐点比较法来对系统部分误差进行修正,但是存在效率低、不利于光栅系统软件参数化设计、随着环境变化精度无法长期保持的缺点。

本文提出的全数字化处理法,首先把粗光栅的两路正交信号进行 A/D 变换,转换得到的数字信号通过 FIR 数字滤波;然后按照光栅细分的主要误差来源分类进行数字误差补偿,以满足高细分数的精度要求;最后采用软件数字细分法对信号进行高倍细分,达到粗光栅高精度测量的要求。

## 2 数字滤波

在粗光栅测量系统产生的莫尔信号中,含有丰富的噪声和干扰,因此不能得到莫尔条纹理想状态,光电元件的输出波形变为近似正弦曲线的波形。其中包含在莫尔信号噪声中的低频成份是由基体材料光学性质的不均匀性、光电转换元件性能的波动、光栅副间隙变化、直流电平基准漂移引起的;次高频部分是由高次谐波失真引起的;噪声中的高频成份是由随机干扰信号、光栅刻线的毛刺、弯曲、缺损等缺陷和弱衍射作用等因素引

起的。因此,需设计一个带通滤波器,根据频谱滤波除莫尔条纹中的高、低频噪声成份,从而使整形后的莫尔信号接近于理想状态,以达到细分输入的信号质量要求<sup>[2]</sup>。

本文采用有限长冲激响应(FIR)数字滤波器来实现带通滤波。一方面,因为 FIR 滤波有自己突出的优点,比如系统总是稳定的;允许设计多通带(或多阻带)滤波器;容易实现线性相位,能保证光栅正、余弦信号严格的线性相位要求等,具有传统的模拟滤波不可比拟的优点。另一方面,数字滤波器可以给后级的误差补偿和细分提供数字化接口,整个信号处理系统只需一次模数转换。

根据  $N$  阶 FIR 滤波器的基本原理<sup>[3]</sup>,滤波器滤波后的值  $y(n)$  为:

$$y(n) = x[n - (N - 1)]h(N - 1) + x[n - N - 2]h(N - 2) + x(n)h(0) + L, \quad (1)$$

其中  $h(n)$  为滤波器系数(单位抽样响应), $x(n)$  为采样值。

求解在光栅信号中的滤波器系数  $h(n)$  的过程如下:

FIR 滤波器在保证幅度特性满足技术要求的同时,很容易做到严格的线性相位特性。为了使滤波器满足线性相位条件,要求其单位脉冲响应  $h(n)$  为实序列,且满足偶对称和奇对称条件,即:

$$h(n) = \pm h(N - 1 - n), \quad (2)$$

按照线性相位的要求,首先给定理想带通的频响:

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} e^{-j\omega\tau} & 0 < \omega_1 < |\omega| < \omega_2 \\ 0 & \tau = (N - 1) / 2, \end{cases} \quad (3)$$

其中  $\omega_1$  和  $\omega_2$  为光栅正余弦信号的上下截止频率, $\omega$  为光栅信号频率。

那么,其理想的单位抽样响应为:

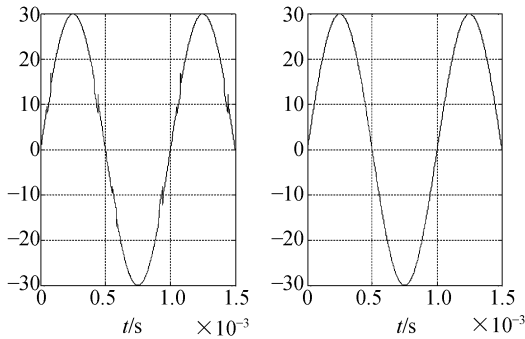
$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi} \left[ \int_{-\omega_2}^{-\omega_1} e^{j\omega(n-\tau)} d\omega + \int_{\omega_1}^{\omega_2} e^{j\omega(n-\tau)} d\omega \right] = \begin{cases} \frac{1}{\pi(n-\tau)} \{ \sin[\omega_2(n-\tau)] - \sin[\omega_1(n-\tau)] \} & n \neq \tau \\ \frac{1}{\pi}(\omega_2 - \omega_1) & n = \tau \end{cases}, \quad (4)$$

按照窗函数设计法的原理,根据阻带的衰减指标  $\delta_2$  选择窗函数  $w(n)$ ,并根据过渡带宽  $A$  和窗函数带宽  $\Delta\omega$  确定滤波器的阶数  $N = A / \Delta\omega$ ,从而得到光栅信号滤波器所要求的单位抽样响应:

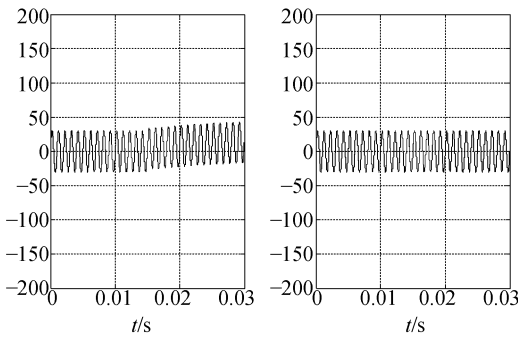
$$h(n) = h_d(n) \cdot w(n), \quad (5)$$

通过计算频率响应  $H(e^{j\omega})$  验证指标是否符合光栅信号的要求,如不满足,则改变阶数  $N$  或窗形状重新设计。具体设计过程可以使用 MATLAB 提供的 FIR 系列函数进行仿真<sup>[4]</sup>。图 1(a)和图 1(b)是滤波前后信号波形仿真结果的比较。

值得注意的是,如果进行动态测量,由于动态测量速率的影响, $\omega_2$  会随着  $\omega$  的变化而变化,特别是在启动和停止(较低速率)时,窗函数和形状会有所不同,那么在不同的速率范围内必须选择与其对应的滤波系数进行计算。



(a)低通滤波  
(a)Low pass filter



(b)高通滤波  
(b)High pass filter

图 1 滤波前后信号波形对比

Fig. 1 Comparison between signal waves before and after filtering

### 3 软件数字细分

采用软件对滤波后的两路正交信号  $u_1 = A\sin \theta$  和  $u_2 = A\cos \theta$  的数字量进行细分<sup>[5]</sup>。首先通过判别两信号的极性和绝对值大小,实现 8 细分。 $u_1$  和  $u_2$  的波形如图 2 所示,在图中将一

个信号周期划分成八个区间,或称卦限,每卦  $45^\circ$ ,则可列出八个卦限中两信号的极性和绝对值大小,如表 1:

表 1 信号极性与绝对值比较

Tab. 1 Comparison between the signal polarities and absolute values

卦限	$u_1$ 极性	$u_2$ 极性	$ u_1 $ 比 $ u_2 $
1	+	+	$ u_1  <  u_2 $
2	+	+	$ u_1  >  u_2 $
3	+	-	$ u_1  >  u_2 $
4	+	-	$ u_1  <  u_2 $
5	-	-	$ u_1  <  u_2 $
6	-	-	$ u_1  >  u_2 $
7	-	+	$ u_1  >  u_2 $
8	-	+	$ u_1  <  u_2 $

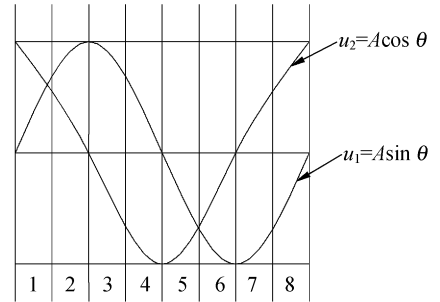


图 2  $u_1$  和  $u_2$  波形分区

Fig. 2 Waveform sectorization of  $u_1$  and  $u_2$

进一步,在一个卦限内,按信号绝对值比值实现更大的细分。使信号  $|A\sin \theta|$ 、 $|A\cos \theta|$  相除,即

$$|\tan \theta| = \frac{|\sin \theta|}{|\cos \theta|} \text{ 或 } |\cot \theta| = \frac{|\cos \theta|}{|\sin \theta|}, \quad (6)$$

为使比值  $\leq 1$  以免出现无穷大,因而在 1、4、5、8 卦限要用  $|\tan \theta|$ ,在 2、3、6、7 卦限要用  $|\cot \theta|$ 。上述卦限中的  $|\tan \theta|$  值或  $|\cot \theta|$  值都在 0 到 1 之间变化,因而可用  $0^\circ \sim 45^\circ$  间的  $|\tan \theta|$  值来表示。在存储器中按每卦细分  $N$  固化一个表,固化  $0^\circ \sim 45^\circ$  间  $N$  个  $\tan$  值。这样,就可按已算得的  $|\tan \theta|$  或  $|\cot \theta|$  值查此表,以确定在一个卦限内  $\theta$  所在位置,最后得到系统总的细分数为  $8N$ 。

这种软件细分法直接利用数值判别卦限和查表实现细分。它没有细分计数脉冲,也就没有丢

失脉冲的问题;采用两电路信号绝对值相除,可消除测量速度变动引起的误差;细分数大小由软件和表格大小决定,比较容易获得很大的细分数,使系统有很高的分辨率。

## 4 误差分析与补偿

由于原始信号的系统误差会造成较大的细分误差,所以在细分之前还应该对误差进行修正。由于信号在滤波前已经转换为数字量,所以在误差补偿时就可以直接用对应的数字补偿量进行软件补偿。滤波后细分误差主要是由原始信号的不正交、幅值不等、谐波误差带来的。

### 4.1 正交误差

若两路原始信号存在正交误差 $\pm\Delta\theta$ 时,其卦限的划分及卦限内的实际 $|\tan\theta|$ 值将会产生误差<sup>[6]</sup>,此时

$$|\tan\theta|_{\text{实际}} = \left| \frac{\sin(\theta \pm \Delta\theta)}{\cos\theta} \right| = \frac{|\sin\theta\cos(\Delta\theta) \pm \cos\theta\sin(\Delta\theta)|}{|\cos\theta|} = \frac{|\tan\theta\cos(\Delta\theta) \pm \sin(\Delta\theta)|}{1}$$

当 $\Delta\theta$ 很小时, $\sin(\Delta\theta) \approx \Delta\theta$ , $\cos\Delta\theta \approx 1$

$$|\tan\theta|_{\text{实际}} = |\tan\theta \pm \Delta\theta|, \quad (7)$$

误差的最大点发生在每个信号周期的 $0$ 和 $\pi$ 处,此时相应的细分误差为:(其中 $W$ 为光栅传感器的栅距):

$$\Delta Y_{\text{正交}} = \frac{\Delta\theta}{2\pi} W, \quad (8)$$

可见原始信号的正交误差对微机细分误差有着 $1:1$ 的直接影响。当细分数较高时,这种影响是非常严重的,甚至可大于一个细分当量而导致细分失败。对于系统产生的正交误差,可以在软件中做移相处理,完全消除其对细分的影响;对于偶然产生的正交误差,是无法补偿的,必须靠提高输入信号质量的办法来尽量使其趋近于在一个细分当量的范围内。

### 4.2 幅值不等误差

若两路原始信号存在幅值不等误差 $\Delta A$ ( $A$ 为信号幅值)时:

$$|\tan\theta|_{\text{实际}} = \left| \frac{(A \pm \Delta A)\sin\theta}{A\cos\theta} \right| = \left| \tan\theta \pm \frac{\Delta A}{A}\tan\theta \right|, \quad (9)$$

在信号周期的 $\pi/4$ 处,实际 $|\tan\theta|$ 值会产生

最大误差 $\Delta A/A$ ,此时对应的细分误差为:

$$\Delta Y_{\text{幅值}} = \frac{\left[ \arctan\left(1 \pm \frac{\Delta A}{A}\right) - \frac{\pi}{4} \right]}{2\pi} W \approx \frac{\Delta A}{2\pi A} W, \quad (10)$$

其中 $W$ 为光栅传感器的栅距,由公式(10)可见幅值不等误差对细分的影响不显著,在幅值误差为 $1\%$ 的时候,细分误差略为 $1.5\%$ ,在细分数 $<500$ 的系统中,可以不对其进行补偿;当细分数超过 $500$ 时,必须用一个软件函数放大器进行补偿。

### 4.3 谐波失真

谐波失真主要指三次以上的奇次谐波给测量信号带来的干扰误差。在静态测量中,谐波可以在滤波环节消除掉,但在动态测量中,通带的范围相对较宽以适应测量速度变化的要求,所以三次谐波等低次数谐波很有可能还在通带的范围内;五次以上的谐波由于频率高很容易在滤波中被过滤掉,而且其本身幅值很低对系统影响也较弱。以三次谐波对测量信号的影响为例,设两路输入信号为

$$u_1 = A\sin(\omega t) + a\sin(3\omega t + \alpha),$$

$$u_2 = A\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + a\sin\left(3\omega t + \frac{3\pi}{2} + \beta\right) = A\cos(\omega t) - a\cos(3\omega t + \beta),$$

$\alpha$ 和 $\beta$ 为三次谐波与基波的相位差。两信号相除,则:

$$|\tan\theta|_{\text{实际}} = \left| \frac{A\sin(\omega t) + a\sin(3\omega t + \alpha)}{A\cos(\omega t) - a\cos(3\omega t + \beta)} \right|, \quad (11)$$

图3所示有 $\sin(\omega t)$ 和 $\cos(\omega t)$ 的基波信号和三次谐波,若基波与三次谐波相对移动基波相位 $30^\circ$ 时,则在基波电平处有三次谐波幅值叠加上去,从而造成最大幅值误差。此时式(11)的最大值不超过:

$$|\tan\theta|_{\text{实际}} < \left| \frac{A\sin\theta + a}{A\cos\theta - a} \right|, \quad (12)$$

那么由幅值叠加造成的信号相位计算误差为:

$$\Delta\theta = \arctan(|\tan\theta|_{\text{实际}} - |\tan\theta|) = \arctan\left(\left| \frac{A\sin\theta + a}{A\cos\theta - a} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \right|\right), \quad (13)$$

按照软件数字细分的原理, $\theta$ 应在 $0^\circ \sim 45^\circ$ 之间,当 $a$ 为 $A$ 的 $1\%$ 时:

$$\Delta\theta_{\text{max}} = 0.028\ 682\ 1, \quad (14)$$

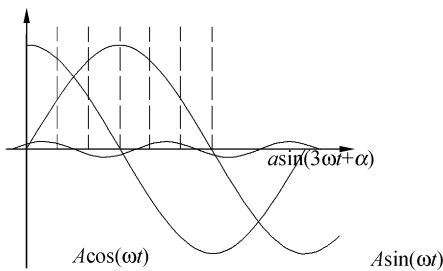


图3 三次谐波对基波信号的影响

Fig. 3 Effects of triple harmonic wave on elementary wave

则最大细分误差为:

$$\Delta Y_{\text{谐波}} = \frac{\Delta \theta}{2\pi} W = 0.0046 W, \quad (15)$$

可见细分数超过 200 的时候,谐波带来的细分误差就会超过一个当量值,必须对其进行校正才能保证细分后的测量精度。

对谐波的补偿,可用软件在输入信号中叠加一个同频率谐波,叠加的谐波与信号中的谐波幅值相等,但是相位相差  $\pi$ ,如式(16),使得谐波互相抵消,可以完全消除谐波对信号的影响。

$$a \sin[(2k+1)\omega t] + a \sin[(2k+1)\omega t + \pi] = 0, \quad (16)$$

其中  $k$  为谐波的次数,为 1 到  $N$  的整数。

## 5 结 论

(1)对粗光栅采用全数字化处理法取代传统的模拟滤波、模拟细分等模拟环节,可以确保粗光栅测量系统的细分精度;数字滤波和软件误差补偿,代替了以前模拟信号处理的复杂电路;只需改变软件参数即可适应不同的光栅系统,不需再作大量的电路逐点调整工作;各算法可以用 DSP、FPGA<sup>[8]</sup>、CPLD 或通用计算机<sup>[9]</sup>等多种方式实现。研究表明,粗光栅采用全数字化处理法后,可以使细分数由通常的 100 细分以下提高到 500 细分,达到了亚纳米级的测量精度。

(2)粗光栅细分数主要取决于原始信号质量<sup>[7]</sup>。由误差分析可看出,即使进行了系统误差补偿,要想提高光栅系统的测量精度,不能仅片面地追求系统的高分辨率,必须在提高输入信号质量的前提下提高系统分辨率才具有实际意义,这时工作台的机械运动<sup>[10]</sup>、电源、光源、电路的稳定性就成为进一步提高精度的关键。提高原始信号质量可以从(a)提高光栅的质量;(b)提高导轨精度,使光栅工作间隙及倾角在运动中尽量恒等不变;(c)采用精密光栅读数头精确地校正两路原始信号的相位差,尽量减小两相位信号相位误差的偶然误差部分;(d)采用光学滤波器减小原始信号波形的谐波失真等措施入手。

## 参考文献:

- [1] 林鹏,陈小强,袁祥辉.粗光栅位移测量系统细分误差的来源与消除分析[J].现代计量测试,1996,(1):42-50.  
LIN P, CHEN X Q, YUAN Z H. Analysis on source and elimination of the subdivision error of coarse grating displacement measuring system[J]. *Mod. Meas. Test*, 1996,(1): 42-50. (in Chinese)
- [2] 喻洪麟,黄良明,王远干.莫尔条纹信号的 DSP 滤波及细分技术研究[J].光电工程,2004,31(9):61-65.  
YU H L, HUANG L M, WANG Y G. Study on DSP filter and subdivision of moiré fringes signal[J]. *Optoelectron. Eng.*, 2004, 31(9): 61-65. (in Chinese)
- [3] SANJIT K M. 数字信号处理[M].电子工业出版社,2005.  
SANJIT K M. *Digital signal processing* [M]. Publishing House of Electronics Industry, 2005. (in Chinese)
- [4] KAMEN E W, HECK B S. *Fundamentals of signals & systems using MATLAB*[M]. New York: Prentice-Hall Publishing Company, 1997.
- [5] 余文新,胡小唐,邹自强.一种高分辨率和高频响的光栅纳米测量细分方法[J].天津大学学报,2002,35(1):1-4.  
YU W X, HU X T, ZHOU Z Q. A subdivision method with high resolution and high response speed in grating-based nano metrology[J]. *J. Tianjin Univ.*, 2002, 35(1): 1-4. (in Chinese)
- [6] 李江国,宣明,王一凡.莫尔条纹细分中相位误差的软件补偿方法[J].光学精密工程,1995,3(1):69-73.  
LI J G, XUAN M, WANG Y F. Software compensation method of phase error in Morie' strip division[J]. *Opt.*

*Precision Eng.*, 1995, 3(1): 69-73. (in Chinese)

- [7] 杨进堂. 用移相比相法动态测量莫尔条纹细分误差 [J]. *光学精密工程*, 1997, 5(2): 104-108.  
YANG J T. Moire fringe subdivided error measured by using the comparison phase method of phase shift[J]. *Opt. Precision Eng.*, 1997, 5(2): 104-108. (in Chinese)
- [8] 李开龙, 魏彪, 米德伶. 基于 FPGA 的工业 X-CT2 代扫描运动控制卡设计[J]. *光学精密工程*, 2005, 13(增): 168-172.  
LI K L, WEL B, MI D L. Design of the 2nd generaton scanning motion control card based on FPGA for industrial X-CT[J]. *Opt. precisio Eng.*, 2005, 13(supp. ): 168-172. (in Chinese)
- [9] 马姝琳, 钟先信, 姚富光. 基于 DM642EVM 的 PCI 总线实时数据通信技术[J]. *光学精密工程*, 2005, 13(增): 196-200.  
MA S L, ZHOU G X, YAO F G. Real-time data communication based on PCI of DM642Evm[J]. *Opt. precisio Eng.*, 2005, 13(supp. ): 196-200. (in Chinese)
- [10] 孙立宁, 马立, 荣伟彬. 一种纳米级二维微定位工作台的设计与分析[J]. *光学精密工程*, 2006, 14(3): 407-411.  
SUN L N, MA L, RONG W B. Design and analysis on a 2-DOF nano-positioning stage[J]. *Opt. precisio Eng.*, 2006, 14(3): 407-411. (in Chinese)

作者简介: 罗 华(1972—), 男, 重庆人, 四川大学制造学院讲师, 硕士, 主要从事精密测量和自动控制等技术的研究; E-mail: luohuabox@126.com

高 山(1973—), 男, 陕西洋县人, 四川大学制造学院讲师, 硕士, 主要从事精密测量和机器人等技术的研究。  
E-mail: gsbox@sohu.com